Задача A. Опытная Алёна

Нужно найти суммарную площадь многоугольников, и поделить объем на нее.

Площадь многоугольника можно найти с помощью векторных произведений.

Задача B. Факториалы

Для решения этой задачи достаточно заметить, что для того, чтобы число A заканчивалось на X нулей в системе счисления с основанием K необходимо и достаточно, чтобы оно делилось без остатка на K^X.

Значит, задача свелась к тому, чтобы определить, на какую максимальную степень K делится число $N!$. Поскольку $N!$ может быть очень велико, непосредственное его вычисление с целью такой проверки невозможно. Разложим число K на простые множители. Пусть $p_1, p_2, ..., p_s$ простые делители числа K, $b_1, b_2, ..., b_s$ количество раз которое каждое из этих простых чисел входит в разложение числа K на простые множители, а $c_1, c_2, ..., c_s$ количество раз которое каждое из этих простых чисел входит в разложение $N!$ на простые множители. Пусть $Z = min(c_i/b_i)$ для всех i, тогда $N!$ делится на K^Z и Z является ответом на задачу.

Единственная оставшаяся проблема – как для простого числа P найти максимальную его степень, на которую делится $N!$.

Для этого применим следующие соображения: количество чисел, кратных P и не превышающих N равно N/P. Каждое из этих чисел даст по одному простому множителю P в $N!$. Но кроме того, N/P^2 чисел дадут еще по одному P, N/P^3 - еще по одному и т. д. Значит, $c_i = N/P_i + N/P_i^2 + N/P_i^3 + ...$ Заметим, что суммирование можно остановить, когда очередное слагаемое равно 0.

Задача C. Университет Бога

Если $k > n$, то ни один студент не сможет посетить k лекций.

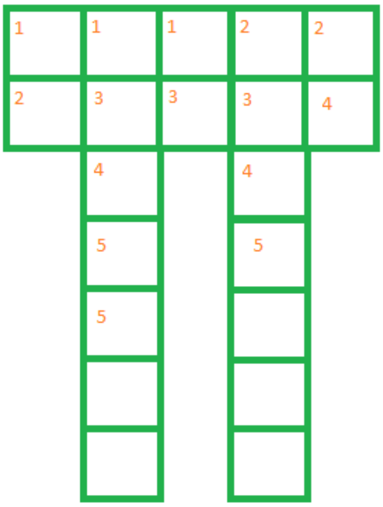
Иначе пусть $cnta$ — количество лекций в первом зале, $cntb$ — количество лекций во втором зале, а t — количество лекций в большом зале:

- $cnta = \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor$. $t = cnta, a >= b$.
- $cntb = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. $t = cntb, a < b$.

Если $k <= t$, то каждый студент может выбрать себе k любых лекций. Например, можно брать лекции по порядку: первый студент выбирает лекции $1 \ldots k$, второй $k+1 \ldots 2 \cdot k$ и так далее.

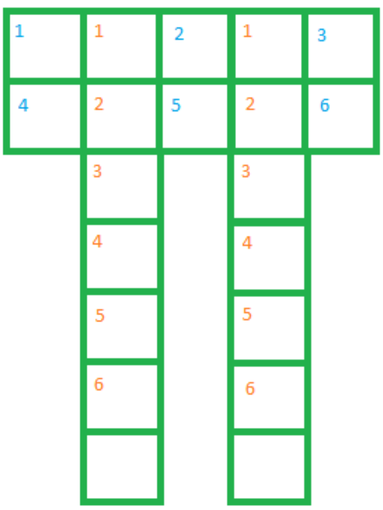
$\Rightarrow$ ответ на задачу будет равен $\lfloor \frac{a \cdot cnta + b \cdot cntb}{k} \rfloor$.

Если же $k > t$, то при таком порядке наступит момент, когда останутся места только в большом зале, и студент не сможет выбрать k лекций.



Заметим, что если размер большого зала бесконечен, то все равно, возможно, не все студенты смогут посетить k лекций.

Если места в большом зале очень много, то, возможно, не хватит мест в маленьком зале.



Нужно ограничить размер большого зала. Пусть $a > b$, тогда $a = min(a, \lfloor \frac{cntb \cdot b}{k-t} \rfloor$.

Теперь можно получить ответ $\lfloor \frac{a \cdot cnta + b \cdot cntb}{k} \rfloor$, выбирая для каждого студента k лекций с наибольшим числом свободных мест.

Задача D. Реформа 2

Пусть f_i — максимальная зарплата сотрудников i-й больнице

Пусть x — максимальная зарплата во всех больницах в конце (для всех $i : x \leqslant f_i$)

Всем сотрудникам i-й больницы повысят зарплату на $x - f_i$

Суммарно зарплату повысят на сумму $(x - f_i) \cdot m_i$ для всех i.

Нужно сделать x как можно меньше, при этом x должен быть не меньше каждого из f_i, следовательно $x = max f_i$.

Задача E. Фрукты

Ответом является минимум из значений $a_i + b_i$.

Задача F. Михей и голубятня

Будем решать данную задачу с помощью перебора. Давайте зафиксируем, сколько раз Михей будет освобождать клетку целиком. Пусть это число равно i. В таком случае, нужно освободить i клеток так, чтобы максимальное количество голубей в одной из оставшихся клеток было минимально (пусть это количество равно x). Тогда Михею потребуется ровно x раз выпускать по одному голубю из клеток, где еще остались голуби. Следовательно, нужно минимизировать сумму $x + i$. Поступим следующим образом — отсортируем клетки по количеству голубей в них в невозрастающем порядке. Тогда, зафиксировав какое-то i, мы будем целиком освобождать первые i клеток, а x будет равно a_{i+1} или 0, если i было равно n. Итого, взяв минимум по всем i от 0 до n среди значений $i + a_{i+1}$, мы получим оптимальный ответ.

Задача G. Га-га 2

Гусиную последовательность может выглядеть так: $1, 1, \ldots, 1, 2, N$, где количество 1 равно $N - 2$.

Задача H. Последовательные числа

Это самая простая задача контеста, с точки зрения количества кода. Можно просто выводить «1 1», так как любое число является своим суффиксом и своим префиксом.

Задача I. Город

Рассмотрим перекресток (i, j) и кратчайшие расстояния от него до углов города. Тогда рассмотрим расстояния до углов $(1, 1)$ и $(1, m)$. Эти расстояния равны, соответственно, $i + j$ и $i + (m - j)$. Тогда мы можем найти i как $\frac{((i+j)+(i+(m-j))-m}{2}$. И можем найти j как $\frac{((i+j)-(i+(m-j))+m}{2}$.

Таким образом, если мы знаем кратчайшие расстояния до углов города, то мы можем однозначно восстановить координаты перекрестка.

Углам города соответствуют перекрестки степени два данного города, и если он прямоугольный, то таких перекрестка ровно четыре. Переберем 4! вариантов какой перекресток, какому углу соответствует.

Тогда мы для каждого перекрестка можем найти по формулам выше соответствующий перекресток прямоугольного города, а затем проверить, что полученная перестановка перекрестков действительно является прямоугольным городом.

Таким образом, мы получили решение за $\mathcal{O}(4!nm)$, что есть $\mathcal{O}(nm)$.

Задача J. Забор

Нужно подсчитать периметр каждого многоугольника и сравнить их. Если периметры равны, то вывести «`Yes`», иначе «`No`».

Задача K. Мафиозный клуб

Пусть ans_i — ответ на задачу с i игроками. Можно предподсчетать несколько первых значений и увидеть закономерность $ans_i = ans_{i-1} + ans_{i-2}$ для $i \geqslant 4$. Не забыть посчитать значения для первых элементов $ans_1 = 2$, $ans_2 = 3$, $ans_3 = 4$.

Задача L. Скучная пара

Введем понятие "символ"как массив размера 6 на 5, в котором 1 соответствует горящей лампочке, а 0 - не горящей. Для двух символов A и B введем понятие их пересечения как массив $C = A * B$, где $c[i][j] = a[i][j] * b[i][j]$. Тогда верно следующее утверждение: чтобы символ A мог быть цифрой i, должно выполняться $A * D_i = A$, где D_i – символ, соответствующий каноническому написанию цифры i.

Помня также, что время лежит в диапазоне 00:00 − 23:59, получаем следующий алгоритм решения задачи: для каждого возможного времени проверить, может ли оно быть отображено сейчас на табло (для этого каждую цифру на табло надо сравнить с соответствующей канонической цифрой). После этого: если ровно одно время может быть отображено на табло, то это и есть ответ, если более чем одно, то ответ «`AMBIGUITY`», в если ни одно время не подошло, то ответ «`ERROR`».